

// moto sul Piano Inclinato

Francesco Zumbo

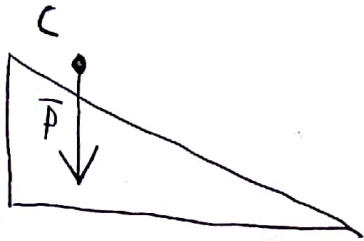
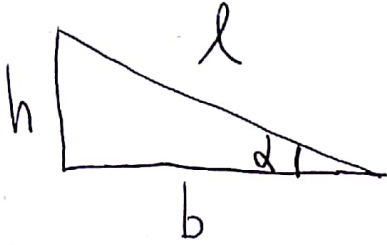
WWW.FRANCESCOZUMBO.IT

Analisi del caso senza attrito e

Analisi del caso con attrito.

Il piano inclinato e il movimento sul piano inclinato.

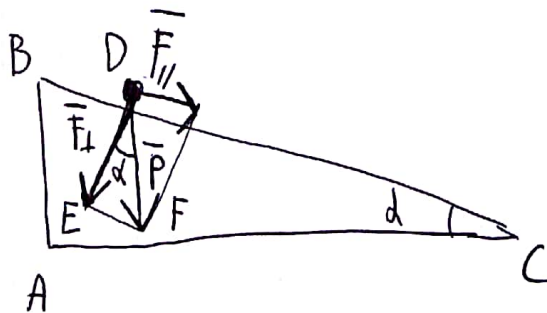
①



Un punto materiale C di massa m pesa

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$$

Y scomponiamo la sua forza peso secondo una direzione parallela al piano inclinato l e una direzione perpendicolare a l .



I due triangoli $\triangle DEF$ e $\triangle BAC$ sono simili per cui $\textcircled{C}$
gli angoli $\angle EDF$ e $\angle BCA$ sono uguali e misurano d .

Dai teoremi di geometria sui triangoli rettangoli si ha che

$$\overline{EF} = \overline{DF} \cdot \sin d \quad (1)$$

$$\overline{DE} = \overline{DF} \cdot \cos d \quad (2)$$

Inoltre

$$\overline{AB} = \overline{BC} \cdot \sin d \quad (3)$$

$$\overline{AC} = \overline{BC} \cdot \cos d \quad (4)$$

Sostituendo e guardando le figure si ha

$$F_{\parallel} = P \cdot \sin d \quad (1')$$

$$F_{\perp} = P \cdot \cos d \quad (2')$$

$$h = l \cdot \sin d \quad (3')$$

$$b = l \cdot \cos d \quad (4')$$

$$F_{//} = mg \sin(d) \quad (1'') \quad ; \quad F_{\perp} = mg \cos(d) \quad (2'') \quad (3)$$

da cui

$$\sin d = \frac{h}{l} \quad (5) \quad \text{e} \quad \cos d = \frac{b}{l} \quad (6)$$

Per cui possiamo scrivere

$$F_{//} = m \cdot g \cdot \frac{h}{l} \quad (7) \quad \text{e} \quad F_{\perp} = m \cdot g \cdot \frac{b}{l} \quad (8)$$

Il movimento rettilineo eretto del corpo lungo il tratto l è dato dalle forze parallele $F_{//}$, alla quale possiamo associare il secondo principio della dinamica ($\vec{F} = m \cdot \vec{a}$) per cui si ottiene l'equazione

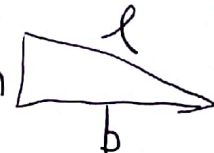
$$F_{//} = m \cdot a \quad \text{cioè}$$

$$m \cdot g \cdot \frac{h}{l} = m \cdot a \quad ; \quad \boxed{a = g \cdot \frac{h}{l}} \quad (9)$$

senza attrito

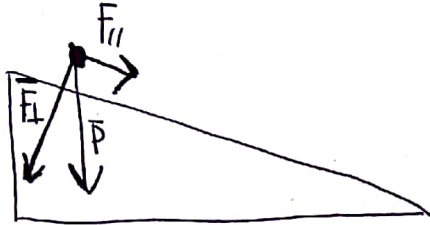
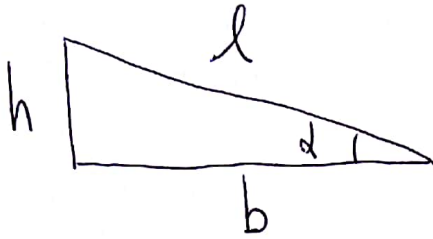
In definitiva il movimento ^{senza attrito} del corpo di massa m lungo il piano inclinato è un moto rettilineo uniformemente accelerato con accelerazione $a = g \cdot \frac{h}{l} \quad (9)$

La formula (9) è molto importante per come si insegna G. Galilei al fine di studiare l'accelerazione di gravità g mediante lo studio dell'accelerazione del corpo lungo il piano inclinato h

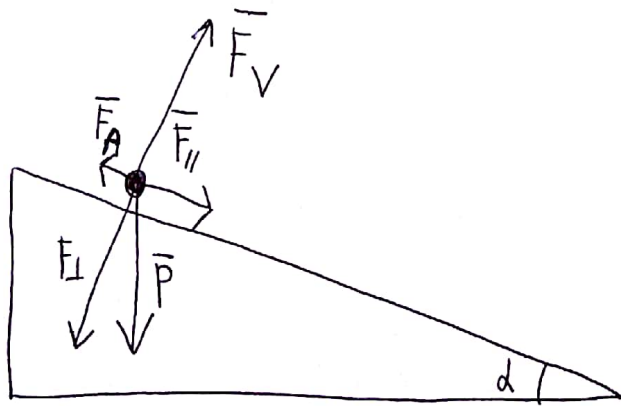


Moto con attrito su un piano inclinato

④



Oltre la forza peso e la sua scomposizione nelle componenti $\vec{F}_{||}$ e $\vec{F}_{\perp}$ ci sono delle altre forze da prendere in considerazione



La $\vec{F}_v$ detta forza vincolare che è al più uguale in modulo e opposta in verso alla forza $\vec{F}_{\perp}$ cioè alla ~~componente~~ componente perpendicolare ~~della~~ della forza peso $\vec{P}$.

(5)

La forza $\vec{F}_A$ detta forza di Attrito dinamico che indica quanto attrito c'è tra il corpo e il piano inclinato.

Chiamiamo μ_d il coefficiente d'attrito. Si ha:

$$\vec{F}_A = \mu_d \cdot \vec{F}_V$$

La forza di attrito $\vec{F}_A$ è uguale al prodotto del coefficiente di attrito dinamico μ_d per il valore della forza vincolare $\vec{F}_V$.

Lungo l'asse del solo movimento con attrito agiscono le forze $\vec{F}_{//}$ e $\vec{F}_A$ che insieme al secondo principio della dinamica ci permettono di scrivere l'equazione

$$\vec{F}_{//} - \vec{F}_A = m \cdot \vec{a} \quad (11)$$

⑥ $\vec{F}_{||}$ e $\vec{F}_A$ hanno verso opposto, $\vec{F}_{||}$ tende a far scendere il corpo, mentre la forza d'attrito $\vec{F}_A$ si oppone a tale movimento, quindi ha verso contrario.

Per cui si ha

$$\vec{F}_{||} - \mu_d \cdot \vec{F}_V = m \cdot \vec{a} \quad (12)$$

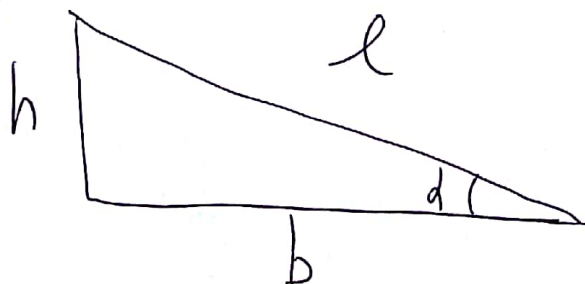
Se ipotizziamo che il piano inclinato è tale che allora $F_{\perp} = F_V$ possiamo scrivere

$$\vec{F}_{||} - \mu_d \cdot \vec{F}_{\perp} = m \cdot \vec{a} \quad \text{Per cui sviluppiamo}$$

$$m \cdot g \cdot \frac{h}{l} - \mu_d \cdot m \cdot g \cdot \frac{b}{l} = m \cdot a \quad (13)$$

$$a = \frac{gh - \mu_d b}{l} \quad (14)$$

Questa formula ci permette di calcolare l'accelerazione di un corpo che scende con attrito lungo il piano inclinato:



7
Scriviamo in modo differente la (14)

$$a = \frac{gh}{l} - \frac{\mu_d b}{l} \quad (15)$$

$$a = g \frac{h}{l} - \mu_d \frac{b}{l} \quad (16)$$

$$a = g \cdot \sin d - \mu_d \cdot \cos d \quad (17)$$

La (17) calcola sempre l'accelerazione durante lo scivolo con attrito in un piano inclinato in funzione: dell'accelerazione di gravità (g), del coefficiente di attrito (μ_d) e dell'angolo alla base del piano inclinato

