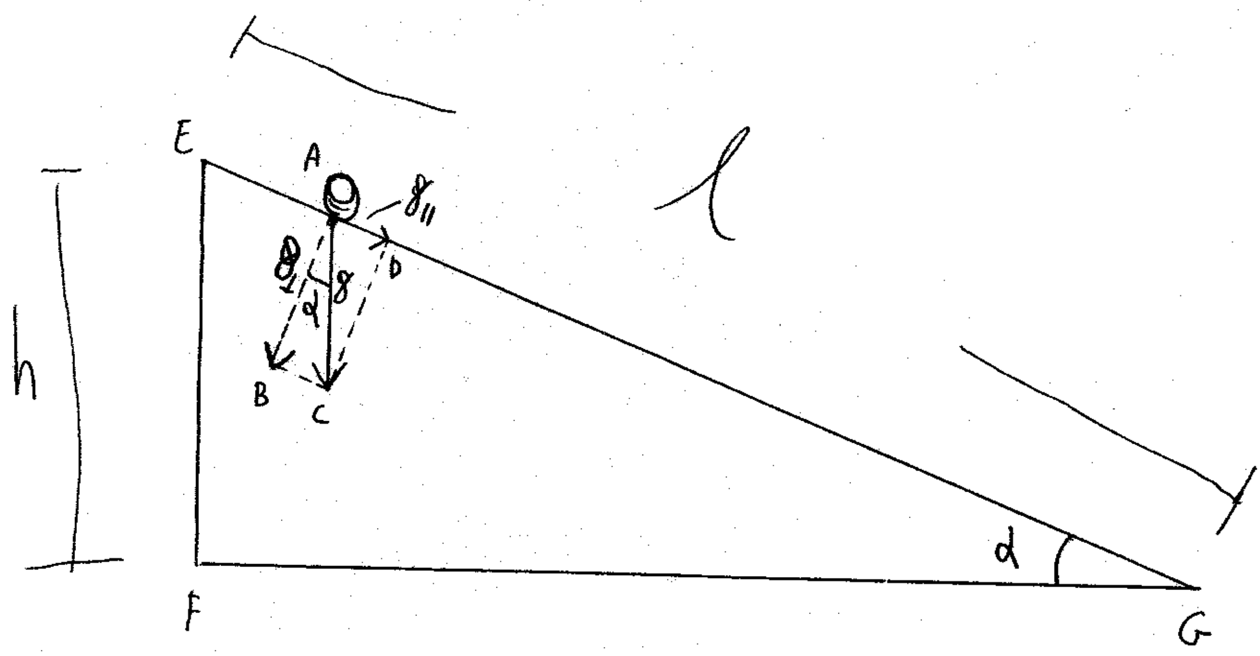
Il moto in un piano inclinato

Moto in un Piano Inclinato



Se α è l'angolo alla base del piano inclinato, cioè l'angolo $E\hat{G}F$, per la similitudine dei triangoli anche il triangolo rettangolo che ha $\bar{g}$ come ipotenusa ha α come angolo in $B\hat{A}C$.

Scomponiamo $\bar{g}$ in 2 vettori, uno parallelo al lato "l" del piano inclinato e l'altro perpendicolare al lato "l" del piano inclinato.

$$\bar{g} = \bar{g}_{\parallel} + \bar{g}_{\perp} \qquad (1)$$

Per i teoremi sui triangoli rettangoli possiamo scrivere:

$$g_{\parallel} = g \cdot \operatorname{sen}\alpha \quad (2)$$

$$g_{\perp} = g \cdot \cos\alpha \quad (3)$$

Al fine del moto sul piano inclinato è soltanto $g_{\parallel}$ che dà il suo contributo. Mentre il valore di $g_{\perp}$ è indifferente.

Dal moto rettilineo uniformemente accelerato applicato alla caduta libera sappiamo che:

$$S = \frac{1}{2} g t^2 \quad (4)$$

Che nel nostro caso sarebbe:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \quad (5)$$

immaginando che il corpo scenda in caduta libera da una altezza h.

Ricaviamo il tempo dalla (5)

$$2h = gt^2 ; \quad t^2 = \frac{2h}{g} ; \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (6)$$

è il tempo di caduta libera da una altezza h, per effetto dell'accelerazione di gravità $\bar{g}$.

Se invece il corpo scivola lungo un piano inclinato la caduta dipende da $\bar{g}_{//}$ e non da tutto $\bar{g}$.

Per cui, il tempo di scivolamento, lungo il piano inclinato non è dato dalla (6), ma dalla:

$$t' = \sqrt{\frac{2h}{g_{//}}} \quad (7)$$

Inseriamo la (2) nella (7).

$$t' = \sqrt{\frac{2h}{g \cdot \text{sen}\alpha}} \qquad (8)$$

Osserviamo adesso le dimensioni geometriche del piano inclinato.

Da esse possiamo scrivere:

$$h = l \cdot \text{sen}\alpha \qquad (9)$$

Ricaviamo senα

$$\text{sen}\alpha = \frac{h}{l} \qquad (10)$$

Inseriamo la (10) nella (8)

$$t' = \sqrt{\frac{2h}{g \cdot \frac{h}{l}}} = \sqrt{\frac{2h}{\frac{gh}{l}}} =$$

$$= \sqrt{2h \cdot \frac{l}{gh}} =$$ non semplifichiamo, ma la scriviamo in diverse forme:

$$= \sqrt{\frac{2h}{g} \cdot \frac{l}{h}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \cdot \sqrt{\frac{l}{h}} =$$

$$= t \cdot \sqrt{\frac{l}{h}}$$ cioè

$$t' = t \cdot \sqrt{\frac{l}{h}} \quad (11)$$ Risultato fisico molto importante

Da tale formula sapiamo che il tempo di rotolamento è uguale al tempo di caduta libera verticale "t" moltiplicato per il fattore $\sqrt{\frac{l}{h}}$

ovviamente $t' > t$ perché $l > h$.

Svolgiamo una ulteriore ~~b~~ elaborazione della formula del tempo t'

da: $t' = \sqrt{2\cancel{h} \cdot \frac{l}{g\cancel{h}}} = \sqrt{\frac{2l}{g}}$

$$t' = \sqrt{\frac{2l}{g}} \qquad (12)$$

La (12) rappresenta il tempo di scivolamento lungo il piano inclinato di lunghezza "l" ed è espressa in funzione di l e di tutta g.

La (12) è molto importante anche per fare l'esperienza di laboratorio per calcolare in forma semplice e approssimata, l'accelerazione di gravità.

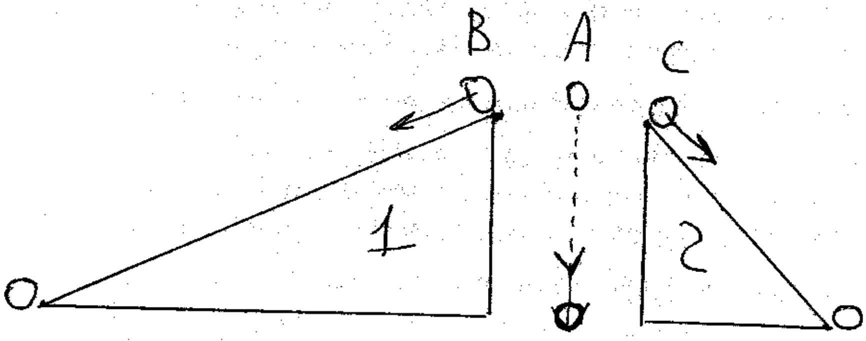
Ricaviamo g dalla (12).

$$(t')^2 = \frac{2l}{g} \; ; \; g \cdot (t')^2 = 2l \; ;$$

$$\boxed{g = \frac{2l}{(t')^2}} \qquad (13)$$

La (13) con strumenti semplici, un cronometro, un metro, un asse per fare il piano inclinato, ci permette di fare una piccola esperienza di laboratorio "Calcolo dell'accelerazione di gravità $\vec{g}$, mediante il moto in un piano inclinato"

E' importante osservare che:



La velocità di arrivo al suolo è sempre la stessa qualunque sia il percorso A, B o C.
E la velocità di arrivo al suolo è

$$V_f = \sqrt{2gh} \qquad (14)$$

Cioè è in funzione unicamente di g e della altezza h.