La dilatazione lineare e
la dilatazione cubica (o volumetrica)

Francesco Zumbo
www.francescozumbo.it
http://it.geocities.com/zumbof/

Questi appunti vogliono essere un ulteriore strumento didattico per gli studenti. Idea che mi é venuta dopo essere stato a contatto con bambini e studenti affetti da Sclerosi Multipla, costretti a lunghe degenze presso il Reparto di Neurologia dell'Ospedale di Fidenza (Parma), Divisione Diretta da una Eccezionale persona, il ***Prof. Enrico Montanari*** *a cui mia riconoscenza e stima andranno Sempre.*
A coloro che vorranno dare un piccolo contributo all'Associazione Nazionale per la Lotta Contro la Sclerosi Multipla (sezione di Parma) un Grande Grazie!!!
Conto Corrente Postale : 13 50 34 38 - Intestato a: AISM di Parma (Associazione Italiana Sclerosi Multipla) di Parma - Indirizzo: Piazzale S. Sepolcro, 3 - 43100 Parma (PR) - Telefono : 0521-231251.
Con la seguente Causale: **+ Matematica ,- Sclerosi Multipla**

1. La dilatazione Lineare

Supponiamo di avere un'asta metallica che alla temperatura iniziale T_i (es. $T_i = 22^oC$), abbia una lunghezza iniziale $L_i = 30\,cm$.
Se la mettiamo a riscaldare fino ad una ***Temperatura Finale*** $T_f = 900^oC$ osserviamo che varierá la sua lunghezza fino a una certa ***Lunghezza Finale*** L_f.
Sperimentalmente si é verificato che la lunghezza varia secondo la legge

$$L_f = L_i(1 + \lambda\,\Delta\,T) \tag{1.1}$$

Dove

- λ é il ***coefficiente di dilatazione lineare***, quantiá dipendente dalla natura del materiale, $\lambda_{ferro} \neq \lambda_{vetro} \neq \lambda_{rame},\ ecc.$
- $\Delta\, T$ é la ***variazione di temperatura*** $\Delta T = T_f - T_i$

É bene tenere presente che i valori di λ, sono molto ”piccoli”, ad esempio $\lambda = 1,6 \cdot 10^{-6}$

2. La Dilatazione Cubica (o Volumetrica)

Supponiamo di avere un parallelepipedo che alla temperatura iniziale T_i, abbia dimensioni significative a_i, b_i, c_i. Dopo averlo messo in un forno fino a fargli raggiungere la temperatura finale T_f, si osserva che le sue dimensioni sono tutte cambiate; chiamiamo a_f, b_f, c_f tali misure.
Ciascuna dimensione lineare varierá secondo la legge della *Dilatazione Lineare*, infatti alla temperatura T_f si ha

$$a_f = a_i(1 + \lambda\, \Delta T) \tag{2.1}$$

$$b_f = b_i(1 + \lambda\, \Delta T) \tag{2.2}$$

$$c_f = c_i(1 + \lambda\, \Delta T) \tag{2.3}$$

Moltiplichiamo membro a membro le precedenti tre equazioni

$$a_f b_f c_f = a_i b_i c_i (1 + \lambda \Delta T)^3 \tag{2.4}$$

Ma

$a_f b_f c_f = V_f$, é il *volume finale* e

$a_i b_i c_i = V_i$, é il *volume iniziale*

Per cui la (2.4) diviene

$$V_f = V_i(1 + \lambda \Delta T)^3 \tag{2.5}$$

sviluppiamo la formula del cubo del binomio ricordando

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2 \tag{2.6}$$

$$V_f = V_i(1+\lambda\Delta T)^3 = V_i(1+\lambda^3\Delta T^3 + 3\lambda\Delta T + 3\lambda^2\Delta T^2) \tag{2.7}$$

ma per ció che abbiamo detto prima, se λ é molto piccolo , ad esempio $\lambda = 0,00000016$ quando la eleviamo al quadrato o al cubo, sará ancora piú piccolo ! di conseguenza possiamo annullare i termini che contengono λ^2 e λ^3 perché infinitesimi.

Tutti i numeri compresi tra 0 *e* 1*, cioé quelli che verificano la disuguaglianza:* $0 < \lambda < 1$*, i quali possono anche essere descritti come i punti che stanno nell'intervallo:* $\lambda \in]0;1[$ *hanno la proprietá che elevati a potenza,* $\lambda^2, \lambda^3, \lambda^4, ecc.$ *assumono valori piú piccoli del valore iniziale* λ*.*

Con tale considerazione si ottiene dalla (2.7)

$$V_f = V_i(1+3\lambda\Delta T) \tag{2.8}$$

a questo punto poniamo

$$3\lambda = \alpha \tag{2.9}$$

e definiamo α come il ***coefficiente di dilatazione cubica***

in definitiva si ottiene la *Legge della Dilatazione cubica (o Volumetrica)*

$$V_f = V_i(1+\alpha\Delta T) \tag{2.10}$$

che possiamo cosí enunciare:

Un corpo riscaldato subisce una variazione di Volume e la legge fisica che governa tale fenomeno é la (2.10) *dipendente da:*

- Volume iniziale V_i
- Coefficiente di dilatazione cubica α, che é tre volte il coefficiente di dilatazione lineare λ
- variazione di temperatura cui sottoponiamo il corpo $\Delta T = T_f - T_i$