L'accelerazione di gravitá \overrightarrow{g} - La caduta dei Gravi (Corpi)

Francesco Zumbo

www.francescozumbo.it

http://it.geocities.com/zumbof/

Questi appunti vogliono essere un ulteriore strumento didattico per gli studenti. Idea che mi é venuta dopo essere stato a contatto con bambini e studenti affetti da Sclerosi Multipla, costretti a lunghe degenze presso il Reparto di Neurologia dell'Ospedale di Fidenza (Parma), Divisione Diretta da una Eccezionale persona, il **Prof. Enrico Montanari** a cui mia riconoscenza e stima andranno Sempre.

A coloro che vorranno dare un piccolo contributo all'Associazione Nazionale per la Lotta Contro la Sclerosi Multipla (sezione di Parma) un Grande Grazie!!!

Conto Corrente Postale : 13 50 34 38 - Intestato a: AISM di Parma (Associazione Italiana Sclerosi Multipla) di Parma - Indirizzo: Piazzale S. Sepolcro, 3 - 43100 Parma (PR) - Telefono : 0521-231251.

Con la seguente Causale: + Matematica ,- Sclerosi Multipla

1. Generalitá

La caduta dei gravi, nome dato da Galileo Galilei a questo movimento, é un caso particolare del moto rettilineo uniformemente accelerato.

I gravi si muovono attratti verso il centro della terra con accelerazione costante \overrightarrow{g} di modulo $g=9,81m/sec^2$ detta **accelerazione di gravitá**.

Ció non é del tutto preciso, poiché il valore di g varia da punto a punto della terra e a seconda di quanto siamo distanti dal centro di essa, cioé l'accelerazione di gravitá varia in funzione delle coordinate sferiche del punto sulla terra (longitudine,latitudine,altitudine). Quanto per fissare le idee, se si calcola \overrightarrow{g} sul Monte Bianco e si calcola \overrightarrow{g} a Reggio Calabria, i due valori saranno diversi.

Con buona approssimazione, per comprendere il fenomeno di caduta dei gravi possiamo considerare il valore di g costante a $9,81~\frac{m}{sec^2}$.

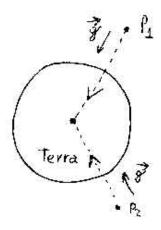


Figura 1

2. L'accelerazione di gravitá \overrightarrow{g}

L'accelerazione di gravitá é un vettore, quindi come tutti i vettori deve essere descritta secondo: il modulo, la direzione e verso.

Il **modulo** di \overrightarrow{g} é di $9,81\frac{m}{sec^2}$

la **direzione** é quella della congiungente tra il corpo che cade e il centro della terra.

il verso é orientato verso il centro della terra.

Giá da tali sommarie descrizioni si capisce il perché un corpo che cade al polo sud, cade verso la terra e non va verso lo spazio, perché la direzione e il verso di \overrightarrow{g} sono orientati verso il centro della terra.

3. ALCUNE FORMULE FONDAMENTALI DEL

MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

Sapendo che il segno + nelle seguenti formule é da mettersi se $\overrightarrow{v_i}$ e \overrightarrow{a} hanno lo stesso verso, mentre il segno - se hanno verso opposto.

Fisicamente significa che se il moto é rettilineo e uniformemente accelerato occorre il segno +, mentre se il moto é rettilineo e uniformemente decelerato occorre il segno -.

$$(3.1) v_f = v_i \pm at$$

equazione che rappresenta il legame tra la velocitá finale e quella iniziale nel moto rettilineo uniformemente accelerato e

$$(3.2) S = v_i t \pm \frac{1}{2} a t^2$$

Legge oraria del moto rettilineo uniformemente accelerato.

I simboli hanno il seguente significato e si misurano nelle seguenti unitá:

- v_i , velocitá iniziale, si misura in m/sec o in Km/h
- v_f , velocitá finale, si misura in m/sec o in Km/h
- a, accelerazione, si misura in m/sec^2
- t, tempo, si misura in sec o in ore h
- S, spazio, si misura in m o in Km

4. LA CADUTA DEI GRAVI (CORPI)

Le equazioni di tale moto, derivano dalle (3.1) e (3.2) sostituendo al valore della generica accelerazione \overrightarrow{a} quella dell'accelerazione di gravitá \overrightarrow{g}

$$(4.1) v_f = v_i \pm gt$$

$$(4.2) S = v_i t \pm \frac{1}{2} g t^2$$

Nell'equazioni (4.1) e (4.2) va considerato il segno + se l'accelerazione di gravitá \overrightarrow{g} e la velocitá iniziale $\overrightarrow{v_i}$ hanno lo stesso verso, cioé se sono entrambe orientate verso il centro della terra.

Invece se l'accelerazione di gravitá é orientata verso il centro della terra e la velocitá iniziale dalla parte opposta si considera in segno —.

Vogliamo adesso ricavare un'equazione che coinvolge lo spazio S, la velocitá e l'accelerazione, ma Non il Tempo.

Per semplicitá di notazione anziché lavorare con il \pm lavoriamo con il +, ma la convenzione dei segni é sempre da applicare.

Ricaviamo dalla (4.1) il tempo t.

$$(4.3) v_f - v_i = gt$$

$$(4.4) t = \frac{v_f - v_i}{q}$$

e lo sostituiamo nella (4.2)

(4.5)
$$S = v_i \left(\frac{v_f - v_i}{g} \right) + \frac{1}{2} g \left(\frac{v_f - v_i}{g} \right)^2$$

Sviluppiamo i prodotti e il quadrato del binomio

(4.6)
$$S = \frac{v_i \cdot v_f - v_i^2}{g} + \frac{1}{2} \not g \left(\frac{v_f^2 + v_i^2 - 2v_i v_f}{g^2} \right)$$

da cui

(4.7)
$$S = \frac{v_i \cdot v_f - v_i^2}{a} + \frac{v_f^2 + v_i^2 - 2v_i v_f}{2a}$$

essendo 2q il m.c.m. si ha

(4.8)
$$S = \frac{2v_i v_f - 2v_i^2 + v_f^2 + v_i^2 - 2v_i v_f}{2q}$$

raccogliendo per termini simili, si ottiene l'importantissima equazione

$$(4.9) S = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2g}$$

che coinvolge: lo spazio S, la velocitá iniziale v_i , la velocitá finale v_f , e l'accelerazione di gravitá g, ma NoN il tempo t.

Lo spazio é dato dal quadrato della velocitá finale v_f^2 meno il quadrato di quella iniziale v_i^2 diviso il doppio dell'accelerazione di gravitá 2g.

Dalla (4.9) possiamo ricavare un'altra equazione molto significativa, calcolando g.

Allo scopo moltiplichiamo ambo i membri della (4.9) per 2g.

$$(4.10) 2gS = v_f^2 + v_i^2$$

e dividiamo per 2S

$$(4.11) g = \frac{v_f^2 + v_i^2}{2S}$$

tale formula ci permette di calcolare il valore di g conoscendo la velocitá iniziale, la velocitá finale e lo spazio percorso.

Sempre dalla (4.9) ricaviamo la velocitá finale v_f

$$(4.12) v_f^2 - v_i^2 = 2Sg$$

$$(4.13) v_f^2 = 2Sg + v_i^2$$

$$(4.14) v_f = \sqrt{2Sg + v_i^2}$$

Tale **importantissima equazione** ci permette di calcolare la velocitá finale di un corpo che cade da una altezza S per effetto dell'accelerazione di gravitá g.

Come caso particolare della (4.14) consideriamo un corpo che cade con velocitá iniziale nulla, $v_i=0$.

La (4.14) diviene

$$(4.15) v_f = \sqrt{2Sg}$$

Cioé la velocitá finale di un corpo che cade da un'altezza S ed ha velocitá iniziale nulla é data dalla (4.15)