$$\boxed{\frac{2+\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2-4}-2x+3} \leq 0}$$ 2

Campo di esistenza della disequazione

$$\begin{cases} ① \quad x^2-1 \geq 0 \\ ② \quad x^2-4 \geq 0 \\ ③ \quad \sqrt{x^2-4}-2x+3 \neq 0 \end{cases}$$

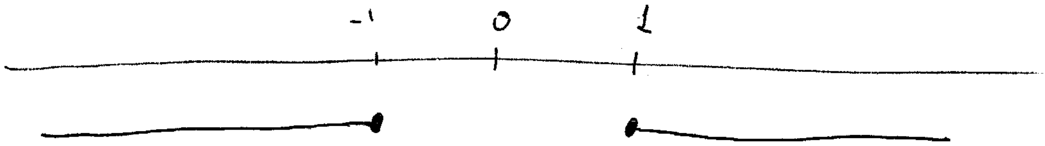
Le soluzioni della disequazione che apparterranno a tale campo di esistenza sono soluzioni, le eventuali soluzioni che non apparterranno a tale campo di esistenza si devono scartare.

1 $x^2 - 1 \geq 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 0 - 4(1)(-1) = 4 > 0$

famiglia ≥ 0 e $\Delta > 0 \Rightarrow$ soluzioni esterne

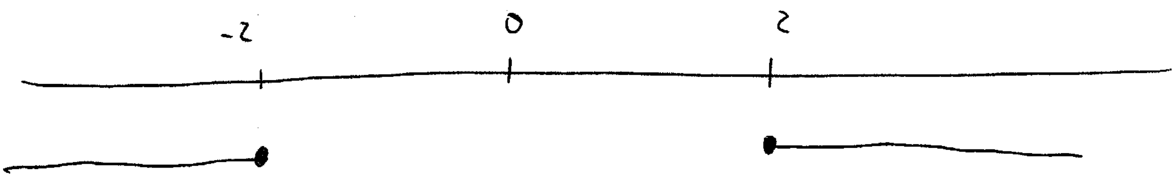
$x^2 - 1 = 0$; $x^2 = 1$; $x = \pm 1$



2 $x^2 - 4 \geq 0$ $\Delta = 0 - 4(1)(-4) = 16 > 0$

famiglia ≥ 0 , $\Delta > 0 \Rightarrow$ soluzioni esterne

$x^2 - 4 = 0$, $x^2 = 4$, $x = \pm 2$



Risolviamo

(3) $\sqrt{x^2-4} - 2x + 3 = 0 \quad (a)$

$\sqrt{x^2-4} = 2x-3 \quad (12)$

$x^2-4 = (2x-3)^2$; $x^2-4 = 4x^2+9-12x$;

$x^2-4-4x^2-9+12x=0$; $-3x^2+12x-13=0$;

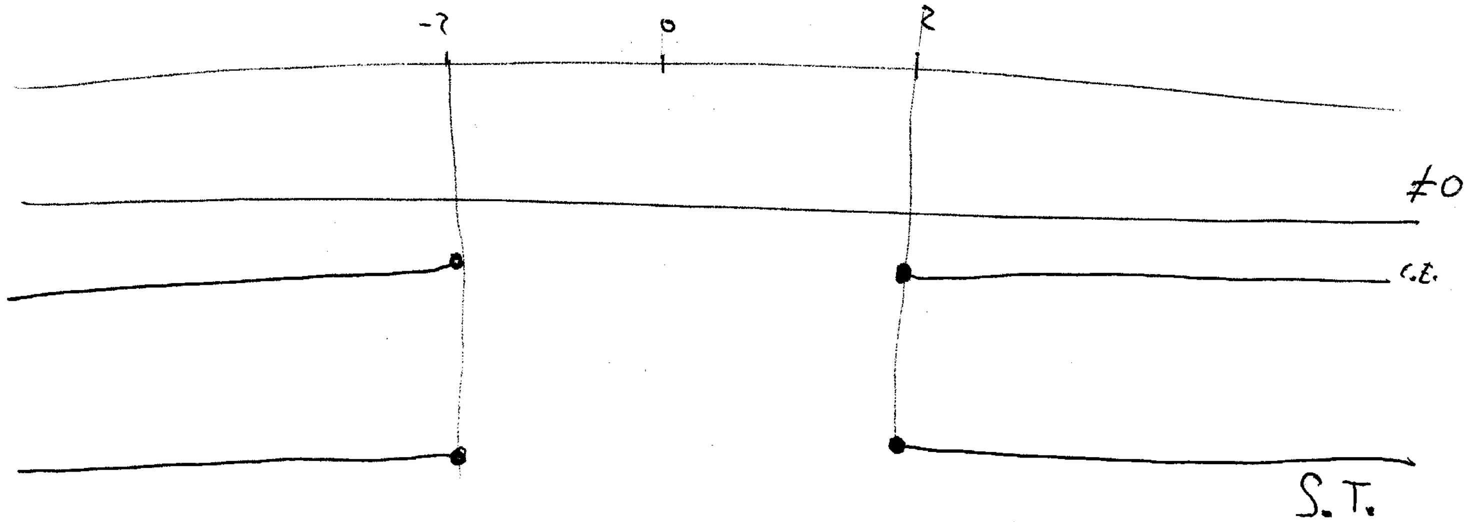
$3x^2-12x+13=0$. $\Delta = (12)^2-4(3)(13) = 144-156 = -12$

NON ci sono soluzioni circa l'equazione (a) $\Rightarrow$

$\sqrt{x^2-4} - 2x + 3 \neq 0$ è sempre verificata, a meno del

• il suo campo di esistenza $x^2-4\geq 0$. Disequazione che abbiamo già studiato.

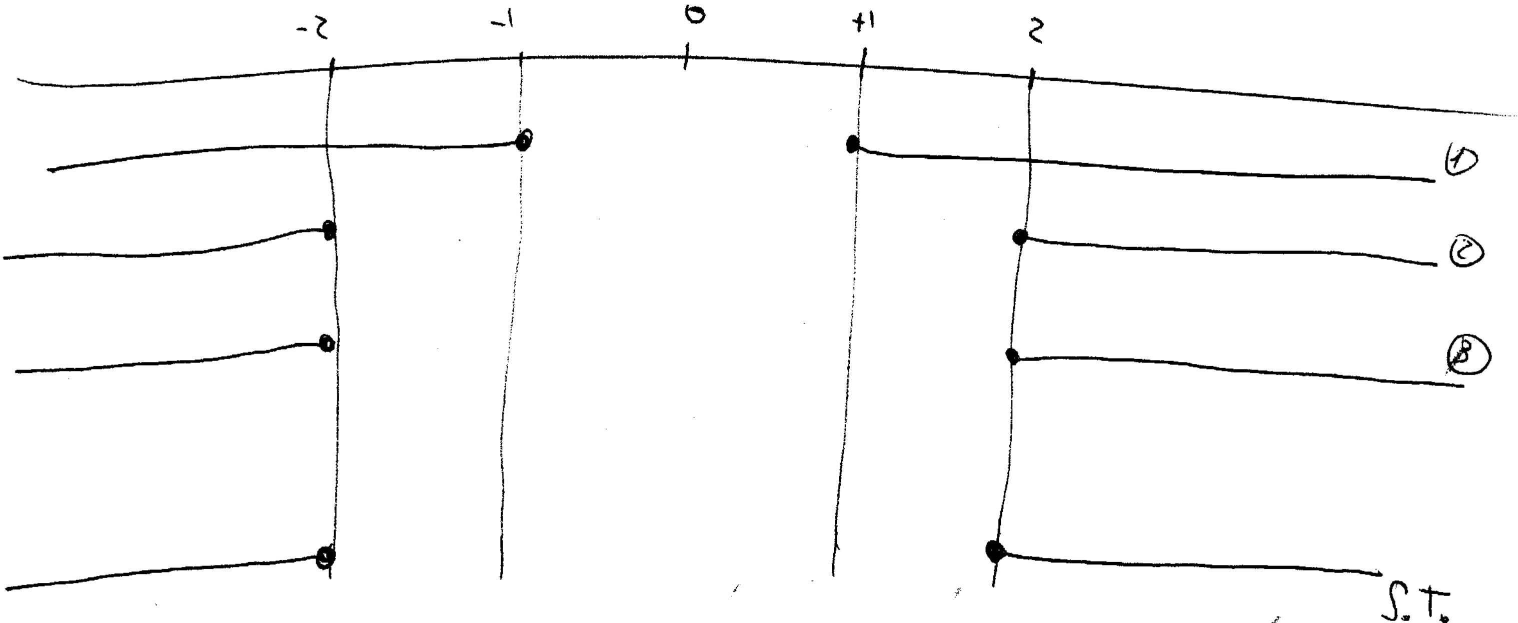
Per cui la soluzione di (a) è:



dell'equazione irrazionale

3

Determiniamo la soluzione del sistema C.E. della disequazione data



Tale soluzione rappresenta il C.E.

La disequazione

$$\frac{2+\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2-4}-2x+3}\le 0$$ ha C.E.: $]-\infty;-2]\cup[2;+\infty[$

Si tratta di una disequazione razionale fratta, per cui studiamo $N(x)\geq 0$

$$2+\sqrt{x^2-1}\geq 0\ ;\ \sqrt{x^2-1}\geq -2$$

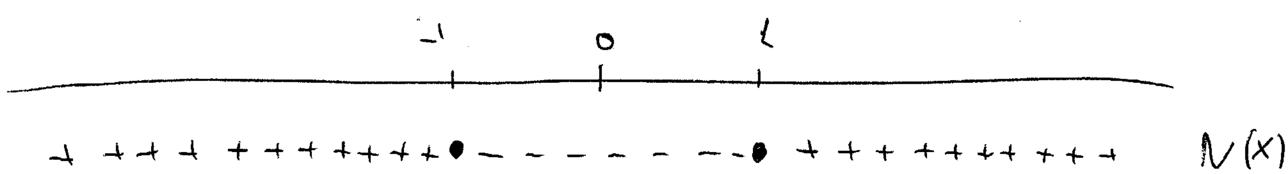
tale disequazione irrazionale è del tipo

$$\sqrt{A(x)}>K \quad \text{con } K<0$$

che è equivalente alla disequazione

$$A(x)\geq 0$$ cioè

$$x^2-1\geq 0$$ disequazione che abbiamo già studiato



· Studiamo

$$D(x) > 0$$

$$\sqrt{x^2-4} - 2x+3 > 0$$

$$\sqrt{x^2-4} > 2x-3$$

Tale disequazione è del tipo

$\sqrt{A(x)} > B(x)$ che equivale allo studio di:

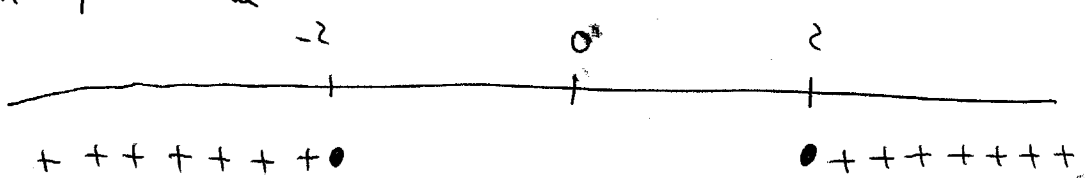
$$\begin{cases} B(x) < 0 \\ A(x) \geq 0 \end{cases} \cup \begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) > [B(x)]^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1)\ 2x-3 < 0 \\ (2)\ x^2-4 \geq 0 \end{cases} \cup \begin{cases} (3)\ 2x-3 \geq 0 \\ (4)\ x^2-4 > (2x-3)^2 \end{cases}$$

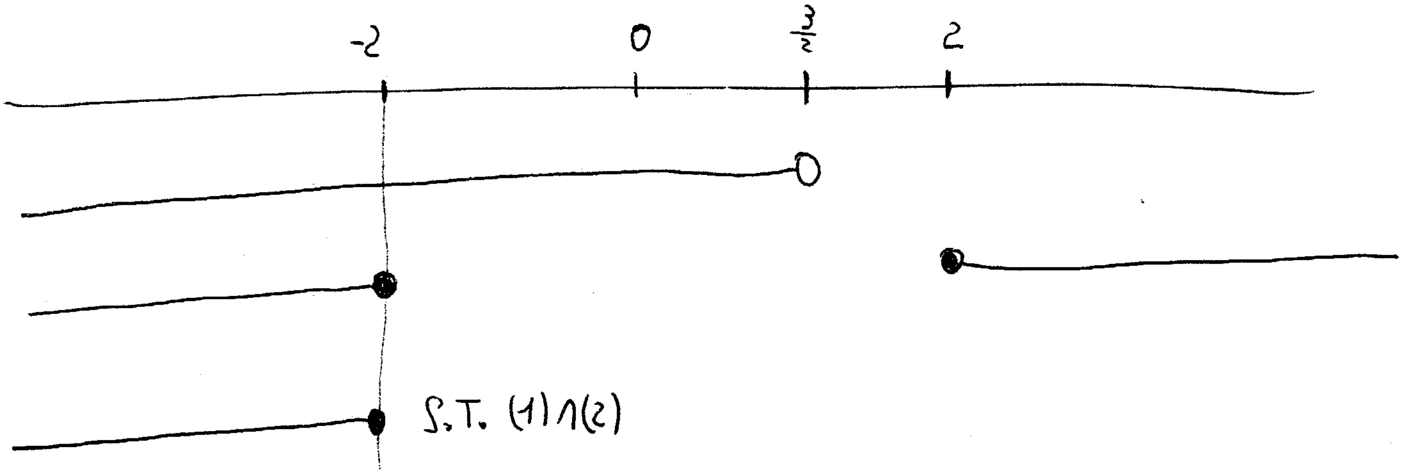
Studiamo la (1)

$2x-3<0$, $2x<3$, $x<\frac{3}{2}$ per $x<\frac{3}{2}$ la (1) è —

Studiamo la (2) $x^2-4 \geq 0$ disequazione che abbiamo studiato in precedenza



• Studiamo (1) $\cap$ (2)



Studiamo la (3) $\quad 2x-3\geq 0 \;,\; 2x\geq 3 \;,\; x\geq \frac{3}{2}$

Studiamo la (4) $\quad x^2-4>(2x-3)^2$

$x^2-4>4x^2+9-12x \;;\; x^2-4-4x^2-9+12x>0 \;;\; -3x^2+12x-13>0$ (a)

moltiplichiamo $\times(-1)$ la disequazione (a)

(b) $3x^2-12x+13<0 \qquad \Delta=(-12)^2-4(3)(13)=144-156=-12<0$

Se la famiglia della disequazione è <0 se Δ è $<0 \Rightarrow$

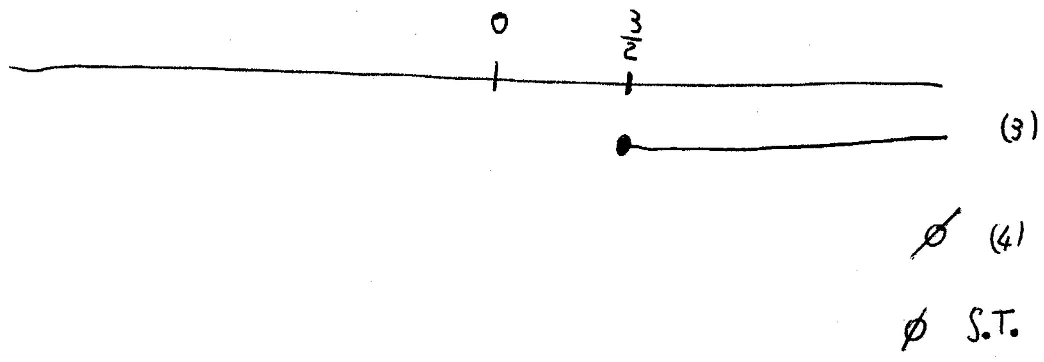
la (b) non ha soluzioni, cioè non ha soluzioni negative $\Rightarrow$

(b) è sempre >0 $\Rightarrow$ (avendo moltiplicato per -1) (a) è sempre <0

$\Rightarrow$ visto che (a) cerca le soluzioni >0 (a) non ha soluzioni

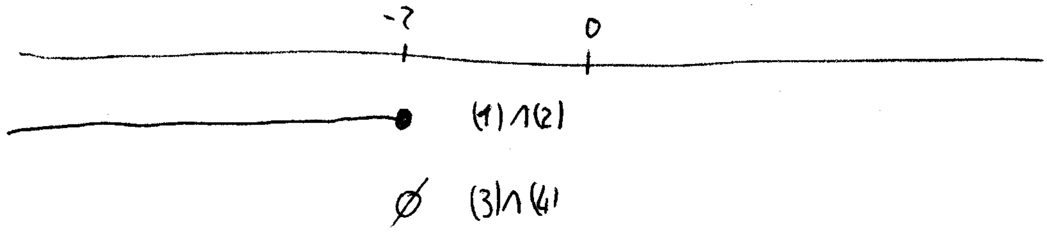
$\Rightarrow$

· $(3) \cap (4)$



$(3) \cap (4) = \emptyset$

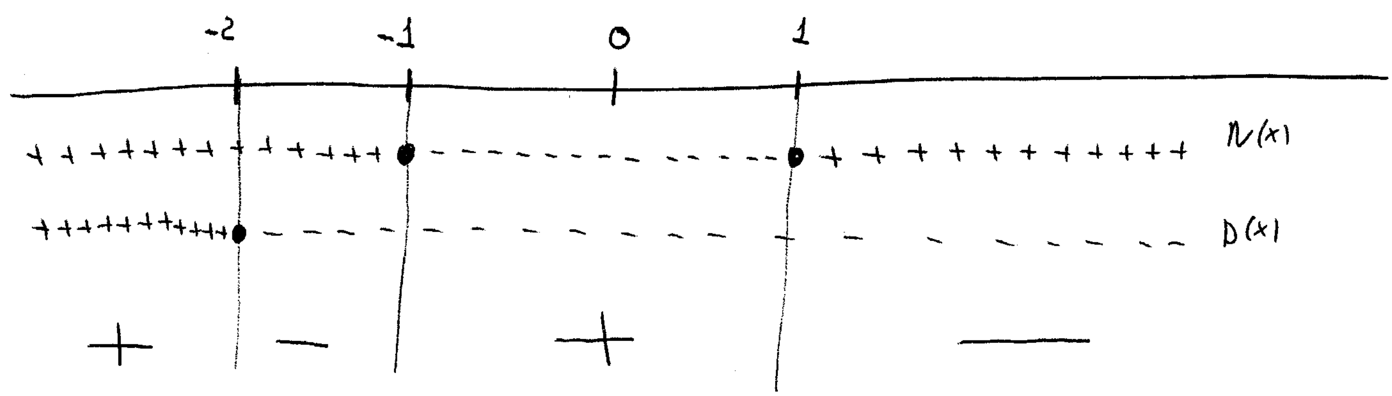
Calcoliamo l'unione tra le soluzioni del 1° sistema e le soluzioni del 2° sistema



$\Rightarrow$ 1° sistema $\cup$ 2° sistema $=]-\infty; -2]$ $\Rightarrow$

$D(x)$ è > 0 nell'intervallo $]-\infty; -2]$

A questo punto studiamo il rapporto $\frac{N(x)}{D(x)}$

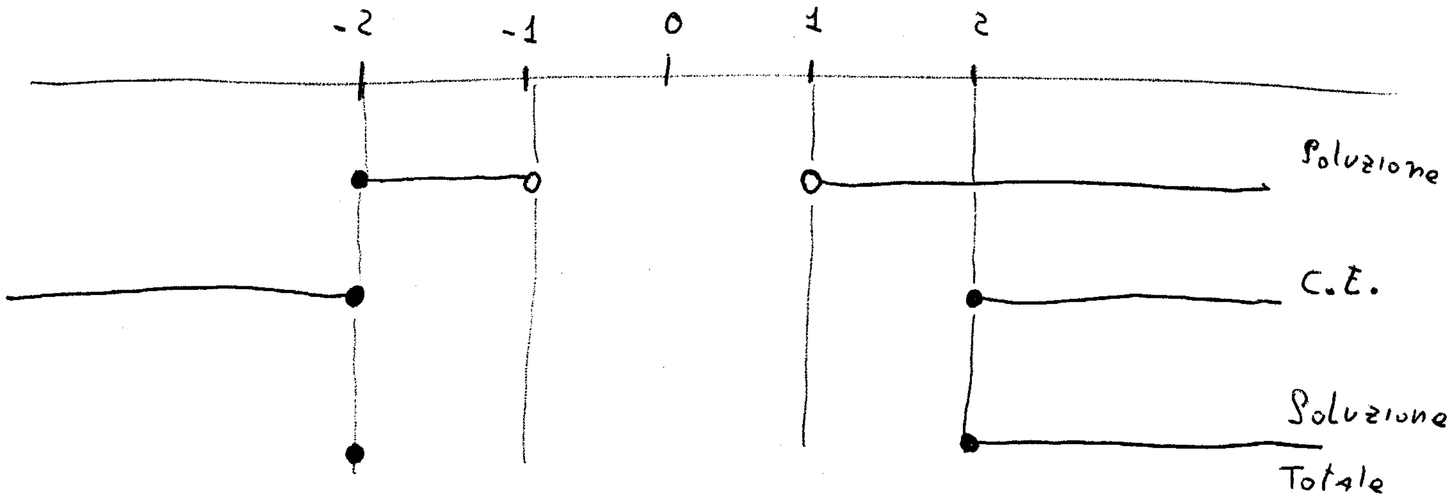


"la" disequazione iniziale cerca le soluzioni negative =>

Soluzione $[-2,-1[\cup]1,+\infty[$

Tali soluzioni sono accettabili se e soltanto se sono all'interno del Campo di Esistenza.

Studiamo l'intersezione tra la soluzione e il Campo di Esistenza



Soluzione Totale $= [2,+\infty[\cup \{-2\}$